Maticové operace

Tento text má za cíl ukázat užití tabulkového kalkulátoru v matematice na příkladu jedné oblasti - maticových operací. Obsahuje nezbytné objasnění pojmů na úrovni potřebné pro řešení zadaných úloh bez nároku na přesný výklad pomocí matematických definic, vět a důkazů.

V dalším textu se předpokládá práce s **maticovým vzorcem.** Maticový vzorec je zapsán do složených závorek {}. Chceme-li jej vložit do tabulky, označíme buňku nebo oblast buněk, napíšeme maticový vzorec a stiskneme SHIFT + CTRL + ENTER.

Maticí budeme rozumět soustavu m . n reálných čísel uspořádaných do m řádků a n sloupců.

Pozn.: V textu budeme pracovat se podobným zápisem jako je tento: {1;3;0|7;2;0|1;0;0}. Jde zde o matici se třemi řádky a třemi sloupci (1. řádek - 1, 3, 0 / 2. řádek - 7, 2, 0 / 3. řádek - 1; 0; 0).

Pod pojmem **čtvercová matice** budeme rozumět matici o stejném počtu řádků a sloupců (tedy m = n).

Pod pojmem **jednotková matice J** budeme rozumět čtvercovou matici, ve které jsou na hlavní diagonále vesměs 1 a všechna ostatní čísla jsou vesměs 0. Hlavní diagonálu představují prvky, které mají stejný index řádku i (i = 1, 2, ..., m) a index sloupce j (j = 1, 2, ..., n) neboli, kde i = j a m = n. Příkladem jednotkové matice je matice {1;0;0|0;1;0|0;0;1}.

Operace s maticemi

1. Součet matic

Sčítat lze pouze matice o stejném počtu řádků a sloupců. Výsledná matice má stejný rozměr jako sčítané matice a její prvky jsou výsledkem součtů vzájemně si odpovídajících prvků sčítaných matic.

Pro součet matic $C_{mn} = A_{mn} + B_{mn}$
platí, že $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, kde $i = 1, 2, ..., m$ a $j = 1, 2, n$.

V kalkulátoru **Excel** musíme vytvořit pro součet výsledné pole vzorců.

2. Rozdíl matic

Je obdobou:

Pro rozdíl matic $C_{mn} = A_{mn} - B_{mn}$
platí, že $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$, kde i = 1, 2, ..., m a j = 1, 2, n.

V kalkulátoru **Excel** musíme vytvořit pro rozdíl výsledné pole vzorců.

3. Transpozice matice

Transpozice matice je záměna řádků za sloupce a naopak.

Pro transpozici matice $A^T_{nm} = A_{mn}$
platí, že $a^T_{ji} = a_{ij}$, kde i = 1, 2, ..., m a j = 1, 2, n.

V kalkulátoru **Excel** provedeme transpozici pomocí funkce **TRANSPOZICE(matice).**

Příklad: Předpokládejme, že oblast A1:C1 obsahuje hodnoty 1, 2 a 3. Zadáme-li do buněk A3:A5 následující vzorec: TRANSPOZICE($A$1:$C$1), budou odpovídající hodnoty v buňkách v oblasti A3:A5.

4. Součin matic

Počet sloupců v první matici musí být stejný jako počet řádků v druhé matici. Výsledná matice má tolik řádků jako první matice a tolik sloupců jako druhá matice. Prvek v i-tém řádku a j-tém sloupci ve výsledné matici je výsledkem skalárního součinu dvou vektorů, přičemž prvním vektorem i-tý řádek první matice a druhým vektorem je j-tý sloupec druhé matice.

Pro součin matic $C_{mn} = A_{mp} \, . \, B_{pn}$

platí, že $c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} \, . \, b_{kj}$, kde i = 1, 2, ..., m a j = 1, 2, n.

V kalkulátoru **Excel** provádíme součin pomocí funkce **SOUČIN.MATIC(pole1; pole2), kde pole1, pole2 jsou pole, která se mají vynásobit.** Pokud jsou některé buňky prázdné nebo obsahují text, nebo počet sloupců v prvním poli je jiný než počet řádek ve druhém poli, funkce SOUČIN.MATIC vrátí chybovou hodnotu #HODNOTA!.

Příklady:
SOUČIN.MATIC({1;3|7;2}; {2;0|0;2}) rovná se {2;6|14;4}
SOUČIN.MATIC({3;0|2;0}; {2;0|0;2}) rovná se {6;0|4;0}
SOUČIN.MATIC({1;3;0|7;2;0|1;0;0}; {2;0|0;2}) rovná se #HODNOTA!, protože první pole má tři sloupce a druhé pouze dva řádky.

5. Inverze matice

Operace dělení matic není definována. Místo dělení matice se užívá operace inverze matice. Inverzní matice jsou, podobně jako determinanty, nejčastěji používány při řešení soustav matematických rovnic. Součin matice a matice k ní inverzní je jednotková matice (čtvercová matice, která má na hlavní diagonále jedničky a všechny ostatní prvky rovny nule). Z uvedeného je zřejmé, že inverzi matice lze provádět nad maticí, která je čtvercová (m = n). Inverzi lze provést též jen u matice, jejíž hodnost h = n (skládá se n lineárně nezávislých řádků).

Pro inverzní matici A^I_{mm} k matici A_{mm}
platí, že $A_{mm} . A^I_{mm} = J_{mm}$.

V kalkulátoru **EXCEL:**

INVERZE(pole), pole je numerické pole (matice) se stejným počtem řádků a sloupců.

Pokud jsou buňky v poli prázdné nebo obsahují text, funkce INVERZE vrátí chybovou hodnotu #HODNOTA!. Funkce INVERZE vrátí chybovou hodnotu #HODNOTA! také v případě, že pole nemá stejný počet řádků a sloupců.

Na příkladu ukážeme výpočet pro matici s dvěmi řádky a sloupci. Předpokládejme, že oblast A1:B2 obsahuje písmena a, b, c, a d, která reprezentují jakákoliv čtyři čísla. Následující tabulka ukazuje výpočet inverzní matice k matici A1:B2:

	Sloupec A	Sloupec B
Řádek 1	d/(a*d-b*c)	b/(b*c-a*d)
Řádek 2	c/(b*c-a*d)	a/(a*d-b*c)

Některé čtvercové matice nelze invertovat. Funkce INVERZE v takovém případě vrátí chybovou hodnotu #NUM!.

Příklady:
INVERZE({4;-1|2;0}) rovná se {0;0,5|-1;2}
INVERZE({1;2;1|3;4;-1|0;2;0}) rovná se {0,25;0,25;-0,75|0;0;0,5|0,75;-0,25;-0,25}

Řešení soustavy lineárních rovnic

V **Excelu** lze soustavy rovnic řešit takto:

1. Vypočteme **inverzní matici soustavy** bez pravých stran.
2. **Inverzní matici soustavy násobíme sloupcovým vektorem pravých stran** a dostaneme sloupcový vektor kořenů lineárních rovnic.
3. **Zkoušku** lze provést **součinem původní matice soustavy bez pravých stran a vektoru kořenů**. Výsledkem je vektor pravých stran

.